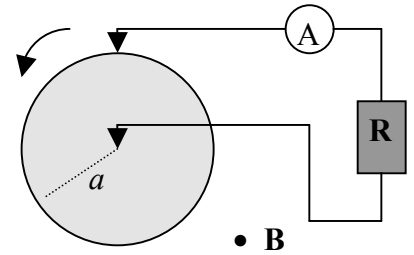


Esercizio n.1

Un disco di rame di raggio $a=10$ cm ruota in senso antiorario a 100 giri/s in un campo magnetico uniforme, avente direzione perpendicolare al piano della figura, verso uscente e modulo $B=1$ T. Il disco è connesso mediante due spazzole, una al centro ed una al bordo del disco, ad un circuito esterno formato da una resistenza $R=10\ \Omega$ ed un amperometro A di resistenza interna trascurabile. Calcolare il valore della corrente misurata dall' amperometro.



Soluzione

Si consideri il disco di rame come formato da un numero infinito di raggi (dal centro del disco al bordo di esso). Ciascuno di questi raggi ruota all' interno del campo magnetico ed ha quindi una ddp tra i suoi estremi (fenomeno dell' induzione con flusso tagliato); questa ddp è uguale a quella tra il centro ed il bordo del disco.

Ciascun raggio ruota con velocità angolare $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi\nu$ e in un tempo dt spazza un' area

$dA = \frac{1}{2} a \cdot a d\theta = \frac{1}{2} a^2 \omega dt$. Il flusso tagliato nel tempo dt è quindi $d\Phi = dA \cdot B = \frac{1}{2} a^2 \omega dt \cdot B$ e la ddp

tra gli estremi del raggio risulta $ddp = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{2} a^2 \omega \cdot B$.

La corrente segnata dall' amperometro vale dunque

$$i = \frac{ddp}{R} = \frac{1}{2} \frac{a^2 \omega \cdot B}{R} = \frac{1}{2} (10^{-1} m)^2 2\pi \frac{100}{s} \frac{1T}{10\Omega} = 0.314 A$$

Metodo alternativo per ricavare la ddp tra il centro ed il bordo del disco:

La forza di Lorentz spinge gli elettroni di conduzione del rame verso il centro del disco, che di conseguenza si carica negativamente a spese del bordo del disco che si carica positivamente. Tra bordo e centro del disco vi è una separazione di carica e quindi una ddp ed un campo elettrico. Il campo elettrico, essendo diretto dal bordo verso il centro del disco, spinge gli elettroni di conduzione verso il bordo. In condizioni di equilibrio, la forza del campo elettrico e la forza di Lorentz si bilanciano e gli elettroni di conduzione non vanno né verso il centro né verso il bordo, ma descrivono delle traiettorie circolari (a causa della rotazione del disco). In realtà, i moduli della forza del campo elettrico e della forza di Lorentz non sono esattamente uguali, essendo la loro differenza uguale alla forza centripeta $f_c = m\omega^2 r$ necessaria a tenere l' elettrone sulla sua traiettoria circolare; tuttavia, siccome $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}$ kg, f_c può essere trascurata.

La condizione di equilibrio quindi permette di calcolare il modulo del campo elettrico:

$$eE = evB = e\omega r B \Rightarrow E = \omega r B$$

con r distanza dal centro del disco (si noti che il modulo del campo elettrico varia proporzionalmente ad r).

Noto in campo elettrico, la ddp risulta:

$$\Delta V = V_a - V_0 = - \int_0^a \vec{E} \cdot d\vec{r} = - \int_0^a E dr \cos \pi = \int_0^a E dr = \int_0^a \frac{evB}{e} dr = \int_0^a \omega r B dr = \frac{\omega a^2 B}{2}$$